复杂形状物体转动惯量测量技术研究

张晓琳¹ 唐 松¹ 王 军¹ 赵 岩¹ 唐文彦¹ 陈金存² 梁巨峰² 郝文龙² (1.哈尔滨工业大学,哈尔滨 150001; 2.中国运载火箭技术研究院,北京 100076)



摘要:介绍了存在阻尼条件下物体转动惯量测量的数学模型──线性微分方程模型;利 用气浮转动惯量测量系统对线性模型进行了实验验证。结果表明空气阻尼对大尺寸复杂形 状物体的转动惯量测量影响较大;线性模型的补偿效果有限,对于阻尼条件下的高精度的 转动惯量测量,有必要进行新的补偿算法的研究。 关键词:大尺寸复杂形状;转动惯量;阻尼

Research on Measuring Technology of Moment of Inertia for Objects with Complex Shape

Zhang Xiaolin¹ Tang Song¹ Wang Jun¹ Zhao Yan¹ Tang Wenyan¹ Chen Jincun² Liang Jufeng² Hao Wenlong²
(1. Harbin Institute of Technology, Harbin 150001;
2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076)

Abstract: A mathematical model, linear differential equation model, for measuring the moment of inertia of objects under damp conditions is introduced. By utilizing the air-floatation inertia measurement system, experimental validation of the linear model is carried out. The results show that air damping has a significant impact on measuring the moment of inertia of objects with large scale and complex shape. For the high-precision inertia measurement under damp conditions, the compensation affects of the previous linear model are limited and research on the new compensation method is needed.

Key words: large scale complex shape; moment of inertia; damping

1 引言

转动惯量是研究和控制飞行体轨道及姿态所需 的重要物理量,是各类弹丸、火箭弹、导弹、核弹头、 鱼雷等武器,运载火箭、卫星、载人飞船等航天器及 搭载设备所需的测量项目。航天上常规的转动惯量测 量,一般是对回转体进行测量,大多采用扭摆法进行 测量,即把被测物体放在扭摆台上,通过测量扭摆周 期来计算其转动惯量。对于回转体来说,空气所产生 的阻尼力矩很小,可以忽略不计。但对于诸如图1所 示的大尺寸复杂形状物体(也称异形体),空气阻尼

作者简介: 张晓琳(1976-),博士,仪器科学与技术专业;研究方向:飞行器质量 特性测试技术、空中探测水下目标的信息感知技术。 基金项目:"十二五"技术基础研究项目 收稿日期:2010-12-28

的作用将会影响到测量结果,使实际扭摆振动周期变 大,从而造成转动惯量的测量结果出现偏差。因此, 对于大尺寸复杂形状物体的转动惯量测量,有必要研 究空气阻尼对测量的影响规律^[1]。



本文将介绍当前普遍使用的有阻尼情况下转动 惯量测量补偿理论,即线性模型,并利用气浮转动惯 量测量系统进行验证性实验。

2 阻尼条件下转动惯量测量原理

扭摆法测量物体转动惯量原理如图2所示。被测 物体安放在由气浮轴承支撑的扭摆台上,扭摆台由弹 性扭杆与机壳连接。当有外接激励后,被测物体随扭 摆台自由摆动,根据摆动周期和振幅可以计算出转动 惯量。



设扭杆摆动角为*θ*,扭摆台与物体的转动惯量为 *J*,扭杆刚度系数*K*,阻尼力矩系数为*C*(在摆角很小时为常数)。在扭摆台的扭摆角度和扭摆速度较小时, 可认为空气阻尼产生的阻尼力矩与扭摆台的角速度 成正比,系统运动方程为:

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} + C\frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$
(1)

定义
$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}}$$
为无阻尼自振频率; $\zeta = \frac{C}{2\sqrt{KJ}}$ 为系统阳尼比; 则式 (1)变形为;

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\theta}{dt} + \omega_n^2\theta = 0$$
(2)

在转动惯量测量过程中,扭摆过程为呈指数衰减的振荡曲线,如图3所示。图中6,为扭摆运动初始振幅,扭摆曲线方程可由式(2)解得:

$$\theta(t) = \frac{\theta_0}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \exp(-\zeta \omega_n t) \cos(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) \quad (3)$$



图 3 扭摆台的衰减振荡曲线

 T_d 、 T_n 分别为有阻尼振动周期、无阻尼振动周期, $T_n = \sqrt{1 - \zeta^2} T_d$ 。由此可得到有阻尼条件下转动惯量的计算公式:

$$J = \frac{K}{(2\pi)^2} (1 - \zeta^2) T_d^2$$
 (4)

K 的值可以通过测量标定砝码获得;此外,我们 还需要知道阻尼比ζ 和振动周期 T_d 的值,即可计算 得到转动惯量值。式(4)是在空气阻尼产生的阻尼 力矩与扭摆台的角速度成正比的前提下得出的数学 模型,也称为线性模型。

3 阻尼比和振动周期的测量

测算阻尼比的方法较多,如自由衰减波形法、共振频率法、半功率点法、实频-虚频峰值法等,在这些方法中,自由衰减法最为直观。将扭摆曲线方程式 (3)左右两边对 t 求导,并令 dθ/dt=0,得:

$$\cos(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}) = \sqrt{1 - \zeta^2}$$
(5)

即当 θ 取一系列极大值 θ_{1max} 、 θ_{2max} 、K、 θ_{Nmax} 时, $\cos(\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2})$ 为一个常数,与t的取值无关。故有:

$$\frac{\theta_{1\max}}{\theta_{2\max}} = \frac{\frac{\theta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} \exp(-\zeta\omega_n t_1)\cos(\omega_n t_1\sqrt{1-\zeta^2})}{\frac{\theta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} \exp(-\zeta\omega_n t_2)\cos(\omega_n t_2\sqrt{1-\zeta^2})}$$
$$= \exp(\zeta\omega_n T_d)$$
(6)

对式(6)解方程,可得:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\zeta^2}}\ln(\frac{\theta_{1\max}}{\theta_{2\max}}) \tag{7}$$

当 ζ 较小时, $\sqrt{1-\zeta^2} \approx 1$, 因此式 (7) 可近似 表示为:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \ln(\frac{\theta_{1\max}}{\theta_{2\max}}) \tag{8}$$

通常情况下,我们利用 N 个相邻周期的振幅比来 计算阻尼比,可以提高求解精度。于是,得到较常用 的阻尼比计算公式为:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi N} \ln(\frac{\theta_{1\max}}{\theta_{(N+1)\max}})$$
(9)

由式(9)可以看出,计算阻尼比需要测量扭摆 角度的变化曲线,我们采用振幅测量法,如图4所示。 振幅测量法的原理是利用位移传感器测量扭摆过程 中的扭摆角变化,可同时实现振动周期和扭摆角度的 测量。



图 4 振幅测量法示意图

利用位移传感器测量振幅的变化情况,测量实际 位移为*x*,此时有:

$$\tan\theta = \frac{x}{R} \tag{10}$$

式中R为初始测量点到扭摆中心的距离,为定值。 在扭摆法转动惯量测量过程中, θ 值一般较小,则式 (10)可近似为 $\theta = \frac{x}{R}$ 。由于待求的量为扭摆周期 和阻尼比,实际测量时可通过测量x来求得 θ 值。

4 实验验证

利用哈工大研制的 HIT-115 型气浮转动惯量测量

系统进行验证实验。测量系统基于扭摆法测量原理, 利用 ILD1700-20 型激光位移传感器测量扭摆角度θ 的变化情况。制作了相同规格的薄板两张,用以产生 阻尼;并可对称安放在测量台上不同距离处,用来模 拟不同的阻尼。测量示意图见图 5。



图 5 验证实验测量示意图

把气浮工作台、载物台和阻尼板当做一个整体: 气浮工作台和载物台的转动惯量值可以标定得出,阻 尼板的转动惯量理论值可通过计算得出。

实验分别测量了阻尼板距离转轴 600mm 和 1200mm 时,阻尼板平面与载物台夹角α为 0°和 90° 时扭摆台的扭摆曲线,如图 6、图 7 所示。图中纵坐 标为扭摆角θ,横坐标为时间 *t*。



利用图 6、图 7 的扭摆曲线数据计算振动周期和 阻尼比,进而利用式(4)计算转动惯量值并分析测 量误差,结果见表 1。

<i>L</i> /mm	平面与载物台夹角α	$J_{Th}/\mathrm{kg}~\mathrm{m}^2$	$\zeta 10^{-4}$	T_d /s	忽略 <i>ζ</i>		不忽略 <i>ζ</i>	
					$J_n/\mathrm{kg}~\mathrm{m}^2$	$\varepsilon_n/\%$	J_d /kg m ²	ε_d /%
600	0 °	113.08	14.0	3.1204	114.49	1.25	114.49	1.25
	90 °	113.08	9.1	3.1012	113.09	0.01	113.09	0.01
1200	0 °	165.08	28.0	3.7904	168.94	2.33	168.78	2.33
	90 °	165.08	10.2	3.7483	165.21	0.07	165.20	0.07

表1 实验结果

注: J_{Th} —一转动惯量理论值; J_n 、 ε_n ——忽略阻尼计算的转动惯量值及相对误差; J_d 、 ε_d ——利用线性模型进行补偿计算的转动惯量值及相对误差。

由表1可以看出,如果不考虑空气阻尼的影响, 本实验的转动惯量测量误差最大达到了2.33%。说明 研究空气阻尼对大尺寸复杂形状物体转动惯量测量 的影响较大,寻找修正阻尼影响的方法,对于提高测 量精度有重要意义。

阻尼板距离回转中心的距离 L 越大,系统阻尼比 越大;阻尼板摆动时迎风面面积越大(即与载物台夹 角越小),系统阻尼比也越大,转动惯量的测量误差 也越大。

利用线性模型修正空气系统阻尼比对转动惯量 测量结果的影响,效果不理想,不能有效地提高测量 精度,测量误差仍然较大。线性模型是建立在式(1) 的振动方程基础之上的,即认为空气阻尼产生的阻尼 力矩仅与扭摆角速度呈正比。实验结果表明,这种测

(上接第7页)

无人机预计能在 Ma=5 的速度下飞行, 航程在 5000km 以上, 向目标投放武器后, 无人机将返回基地, 这与 有人驾驶飞机类似, 这种无人机也可以作为空间运载 飞行器的第一级。

4 结束语

组合推进系统大大拓展了飞行器的高度一速度 包线,为实现新的飞行任务提供了有力手段。从技术 发展现状可看出,国外对组合推进技术研究非常重 视,大多已形成了战略计划。研究层面从飞行器、发 动机到关键技术,研究单位从大型企业、实验室到高 等院校,研究范围从二元结构到轴对称结构。从美国 最近研究计划可看出,RBCC的应用背景更为明确, 采用 RBCC 推进系统作为动力装置的空天飞机,发射 费用低廉、可靠性高,受到世界航天界的高度瞩目,具 有迫切发展需求和广阔应用前景。

在高超声速飞行即将来到的时代,可重复使用天 地往返飞行器、近空间高速飞行器和高超声速巡航飞 行器都对火箭组合循环推进系统有着强烈的需求,因 量模型过于简单,与实际不符。为了提高转动惯量测 量精度,有必要进行新的有阻尼转动惯量测量补偿算 法研究。

参考文献

- 李慧鹏. 弹头主惯性轴线及形心轴线测量关键技术研究. 哈尔滨:哈尔 滨工业大学,2006
- 2 穆继亮.基于扭摆法的弹体转动惯量测量系统及误差分析.机械工程与 自动化,2009(1):103~104
- 3 李慧鹏,唐文彦,张春富.导弹转动惯量测试系统及误差分析.兵工学报,2007,28(2):206~208
- 4 丁振良. 误差理论与数据处理. 第2版. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2002: 149~152
- 5 丁雪松,李慧鹏,王军.高精度转动惯量测量设备的研制.计量技术, 2007(9):13~15

此有必要深入开展组合循环推进系统的关键技术研 究。国内在组合推进系统方面的研究起步较晚,基础 设施和硬件建设还不完善,应尽早制定并实施相应的 战略计划,紧密跟踪国外的研究动态和最新进展,并 借鉴它们的经验教训、研究成果和成熟技术。

参考文献

- 1 范金荣.发展中的高超声速武器及其战略意义[J].现代防御技术, 2006,34(2)
- 2 何煦虹,陈英硕. 高超声速发动机[J]. 飞航导弹, 2008(12)
- 3 John E B, John R O, Jon G W. Concept assessment of a hydrocarbon fueled RBCC-powered military space plane[R]. AIAA, 2004
- 4 Ronald S. Fyr. A century of ramjet propulsion technology evolution[J]. Journal of Propulsion and Power, 2004, 20(1)
- 5 Faulkner R F. Integrated system test of an airbreathing rocket (ISTAR)[R]. AIAA, 2001
- 6 Wallker S H, Rodgers M F. Falcon hypersonic technology overview[R]. AIAA, 2005
- 7 Wallker S H. The dARPA/AF falcon program: the hypersonic technology vehicle #2 (HTV-2) flight demonstration phase[R]. AIAA, 2008
- 8 X-51 waverider makes historic flight. http://www.af.mil.2010-5-26