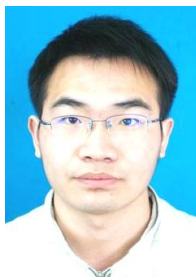


3-UPS/S 并联转台球铰链的优化研究

魏敏和 韩先国 张 军

(北京航空航天大学机械工程及自动化学院, 北京 100191)



摘要: 受球铰链最大转角的影响, 并联机构的最大倾角通常在 30° 左右。3-UPS/S 并联转台的大倾角要求, 需要有大转角空间的球铰链。本文首先建立了转台球铰链的无量纲模型, 运用二维空间搜索的方法得到了最优的球铰链法线和球铰链最大转角。然后研究了转台参数对球铰链最大转角的影响, 并选择了合适的转台初始角度。针对转台的大运动空间要求, 对转台的参数和球铰链的参数进行了优化设计, 最后对球铰链的转角和转台的运动空间进行了验证。为物理样机的设计制造提供了依据。

关键字: 3-UPS/S 并联转台; 球铰链; 无量纲模型

Optimization Research of Spherical Joints in 3-UPS/S Parallel Rotational Table

Wei Minhe Han Xianguo Zhang Jun

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract: By the limits angle of the ball joints, the maximum nutational angle of parallel machine is 30° or so. This paper deals with the optimization of spherical joints to meet the large workspace of 3-UPS/S parallel rotational table. A dimensionless model of the rotational table and the optimization of the spherical joints' normal line using two-dimensional search method were established firstly. Then, with the model and the optimization, the relationship between the structure parameters and the swing angle of the joints has been studied. Based on the results, the parameters of the rotational table and the joints were optimized to satisfy the table's workspace. Finally, the swing angle of the joints and the workspace of the rotational table were verified. All these provided basis for the design and manufacture of the prototype.

Key words: 3-UPS/S parallel rotational table; spherical joint; dimensionless model

1 引言

随着机床技术的发展, 并联机床在航空航天和汽车工业等领域得到了不断的应用。但是, 与传统的串联机床相比, 并联机床仍存在很多问题。由于受铰链约束、杆长约束、支链干涉、奇异位形等因素影响, 其有效工作空间受到很大限制, 动平台的活动空间不大, 最大倾角通常在 30° 左右。这是影响其应用的一个重要原因。因此, 在机床尺寸参数确定的情况下,

铰链约束就成了限制其工作空间的关键因素^[1]。

球铰链分为普通球铰链和复合球铰链两种。复合球铰链具有运动范围大、间隙小、抗拉强度大、易保证加工精度等优点^[2]。但复合球铰链的体积大, 结构复杂、惯性大, 当并联机床的体积重量较小时, 普通球铰链仍是球铰链的不二之选。

目前, 关于铰链座法线方向的选择, 通常采用的方法是: “当杆长为 $0.5(L_{\max}+L_{\min})$, 且上下平台上的坐标互相平行时, 第 i 根杆的向量”^[3]作为铰链座法

作者简介: 魏敏和 (1984-), 硕士, 机械工程专业; 研究方向: 并联机床。
基金项目: 航空科学基金资助项目 (20081651025); 北京市重点实验室资助项目。
收稿日期: 2011-04-03

线。这种方法只是一种粗略的设计方法,在一定程度上可以减小最大转角,但得到的铰链座法线并不是最优的铰链座法线,还有进一步优化的空间。关于球铰座法线方向的最优化设计还没有人进行过研究。赵云峰等^[4]对 3-UPS/S 并联机构进行了基于给定工作空间的尺寸参数优化,但没有考虑优化铰链最大转角的问题。马运忠^[5]和张立杰^[6]等也都对球铰链进行了相关的研究,但其研究都是针对复合球铰链而展开的。基于优化球铰链最大转角进行的机构参数的优化还很少有人涉及。

下面研究的球铰链是基于北京航空航天大学为某研究所研制的 3-UPS/S 并联转台展开的。

2 无量纲化模型及铰链法线优化

2.1 球铰链和并联转台介绍

普通球铰链(以下简称球铰链)由球头和球窝构成,球头在球窝内转动,有三个方向的转动自由度(图 1)。球铰链的转角用球铰链座的法线 $\mathbf{n}$ 和与球头连接的支链向量 $\mathbf{l}$ 的夹角 α 来表示。球铰链最大转角 $\alpha_{\max}$ 的大小受球铰链座法线方向 $\mathbf{n}$ 的影响,同时也受并联机构的结构参数和位姿参数的影响。

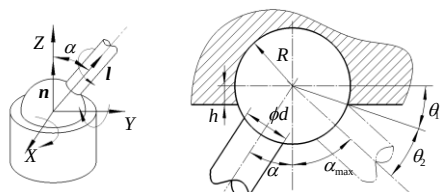


图 1 球铰链示意图

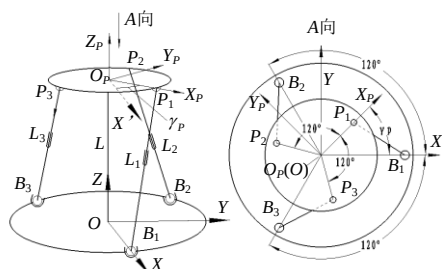


图 2 并联转台原理图

3-UPS/S 并联转台(图 2)由静平台、动平台、支链和立柱构成。其中 3-UPS/S 的含义:3 是支链数量;U 代表虎克铰;P 代表移动副;S 代表球副。动平台通过 4 个球铰链 P_1, P_2, P_3, O_P 与支链和立柱连接;静平台通过 3 个虎克铰 B_1, B_2, B_3 与支链相连,与中央立柱 L 固结;3 根支链内为移动副。转台动平台有进

动和章动两个转动自由度,运动空间用 ZXZ 欧拉角描述为:进动角 $\psi = \pm 360^\circ$,章动角 $\theta = 54.07^\circ$,自旋角 $\varphi = \gamma_P - \psi$ 。其中: γ_P 为定值,定义为初始角度。并联转台的大运动空间要求球铰链必须有大的偏转角,但过大的偏转角必然导致铰链的结构强度降低。所以,优化并联转台的结构参数、位姿参数和铰链座的法线方向就显得非常重要。

2.2 转台球铰链的数学模型

在动平台 $P_1P_2P_3$ 上建立动坐标系 $O_P-X_PY_PZ_P$ (图 2),在静平台 $B_1B_2B_3$ 上建立静坐标系 $O-XYZ$ 。静平台半径为 R ,动平台半径为 r ,中央立柱的高度为 h 。转台球铰链数学模型可以通过支链 B_iP_i 在动坐标系中的位置矢量 $B_iP_i^P$ 来描述。 $B_iP_i^P$ 与球铰法线 $\mathbf{n}_0$ 的夹角即为球铰链的转角 α 。

动坐标系 $O_P-X_PY_PZ_P$ 到静坐标系 $O-XYZ$ 的旋转矩阵为:

$$T(\psi, \theta, \varphi) = \text{Rot}(Z, \psi) \text{Rot}(X, \theta) \text{Rot}(Y, \varphi) = \begin{bmatrix} c\varphi c\psi - c\theta s\varphi s\psi & -s\varphi c\psi - c\theta c\varphi s\psi & s\theta s\psi \\ c\varphi s\psi + c\theta s\varphi c\psi & -s\varphi s\psi + c\theta c\varphi c\psi & -s\theta c\psi \\ s\theta s\varphi & s\theta c\varphi & c\theta \end{bmatrix}$$

注: c, s 分别为 cos 和 sin 的简写。

对支链 $L_i(i=1,2,3)$, O_PP_i 相对于动系 $O_P-X_PY_PZ_P$ 的 X_P 轴的夹角为 $\gamma_{Pi} = (i-1)120^\circ$, OB_i 相对于静坐标系 $O-XYZ$ 的 X 轴的夹角是 $\gamma_{Bi} = (i-1)120^\circ$ 。则:

$$PP_i^P = r[\cos \gamma_{Pi}, \sin \gamma_{Pi}, 0]^T \quad (1)$$

$$OB_i = R[\cos \gamma_{Bi}, \sin \gamma_{Bi}, 0]^T \quad (2)$$

$$OO_P = [0, 0, h]^T \quad (3)$$

支链矢量在静系中表示为:

$$B_iP_i = OO_P + T \cdot PP_i^P - OB_i \quad (4)$$

则在动系中支链矢量为:

$$l_i = B_iP_i^P = T^{-1} \cdot B_iP_i \quad (5)$$

球铰转角为:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{l_i \cdot n_0}{\|l_i\|}\right) \quad (6)$$

2.3 球铰链模型的无量纲化

在上节中,转台的结构参数有 r, R, h 三个。为了

便于分析,通过无量纲化,将转台的结构参数减少至2个,会方便转台参数的优化设计。

动平台半径 r 和立柱高度 h 可用 R 分别表示为 $r=k_r R$ 和 $h=k_h R$, 其中: $k_r=r/R$, $k_h=h/R$ 。

将 (1)、(2)、(3) 分别代入 (4), 有

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i \mathbf{P}_i &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} + \mathbf{T} \cdot r \begin{pmatrix} \cos \gamma_{Pi} \\ \sin \gamma_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix} - R \begin{pmatrix} \cos \gamma_{Bi} \\ \sin \gamma_{Bi} \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= R \left[k_h \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathbf{T} \cdot k_r \begin{pmatrix} \cos \gamma_{Pi} \\ \sin \gamma_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \gamma_{Bi} \\ \sin \gamma_{Bi} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= R \mathbf{n}_i \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{其中, } \mathbf{n}_i = \left[k_h \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathbf{T} \cdot k_r \begin{pmatrix} \cos \gamma_{Pi} \\ \sin \gamma_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \gamma_{Bi} \\ \sin \gamma_{Bi} \\ 0 \end{pmatrix} \right]。$$

将式 (7) 代入 (5) 中, 有:

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{P}_i^P = \mathbf{T}^{-1} \cdot (R \mathbf{n}_i) \quad (8)$$

对 (8) 式两边分别取模, 有

$$\|\mathbf{l}_i\| = \|\mathbf{T}^{-1} \cdot (R \mathbf{n}_i)\| = R \|\mathbf{n}_i\| \quad (9)$$

将 (8)、(9) 代入 (6) 式, 有:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\mathbf{T}^{-1} \cdot (R \mathbf{n}_i) \cdot \mathbf{n}_0}{R \|\mathbf{n}_i\|}\right) = \arccos\left(\frac{\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_0}{\|\mathbf{n}_i\|}\right), \quad (10)$$

上式中, $\mathbf{n}_i, \mathbf{T}^{-1}, \mathbf{n}_0$ 都是与长度单位无关的量, 转台球铰的转角 α 只与 k_r, k_h 有关。

2.4 球铰链法线的优化设计

考虑到转台运动的特点: 动平台只有转动没有平动。选择动静平台平行时的支链向量作为初定的铰链座的法线向量 $\mathbf{n}_c$ 。最优法线 $\mathbf{n}_0$ 由 $\mathbf{n}_c$ 经旋转得到。由 $\mathbf{n}_0$ 到 $\mathbf{n}_c$ 的旋转可用变量 ψ, θ_n 来表示。具体见图 3。

以 $\mathbf{n}_c$ 的方向为 Z 轴, 建立坐标系 O^S-XYZ 。先绕 Z 轴旋转 ψ_n 至 X' , $\mathbf{n}_c$ 再绕 X' 轴旋转 θ_n 即可到达 $\mathbf{n}_0$ 。

在 O^S-XYZ 中, $\mathbf{n}_c^S = [0, 0, 1]^T$, $\mathbf{n}_0$ 相对于 O^S-XYZ 可表示为: $\mathbf{n}_0^S = \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n}_c^S = \mathbf{T}_1 \cdot [0 \ 0 \ 1]^T$ 。

则 $\mathbf{n}_0$ 相对于动系可表示为: $\mathbf{n}_0^P = \mathbf{T}_r \cdot \mathbf{n}_0^S$ 。

注: $\mathbf{T}_1(\psi_n, \theta_n) = \mathbf{T}(\psi, \theta, 0)$; 坐标系 O^S-XYZ 相对于动系是固定的, 转换矩阵为 $\mathbf{T}_r$ 。

这样就把求最优铰链座法线的问题转变为求最

优 ψ_n, θ_n 的问题。采用的方法是二维搜索法。

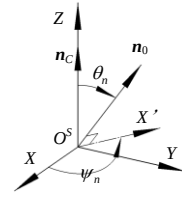


图 3 法线偏转示意图

以 ψ_n, θ_n 作为搜索变量, 在 $\psi_n \in [0^\circ, 360^\circ]$, $\theta_n \in [0^\circ, 15^\circ]$ 的范围内搜索最优的铰链座法线。具体方法是: 分别取一定的 ψ_n, θ_n 值, 求其在 $\theta=54.07^\circ$, $\psi \in [0^\circ, 360^\circ]$, $\gamma=\gamma_0$ 空间内的最大夹角, 并将其记录下来。使最大转角 $\alpha_{\max}$ 最小的 ψ_n, θ_n 值即为最优的铰链座法线方向。

搜索流程见图 4。最后输出 $\alpha_{\max} = \min(\alpha_{\max 0})$, 与 $\alpha_{\max 0} = \alpha_{\max}$ 对应的 ψ_n, θ_n 构成的法线为最优的 $\mathbf{n}_0 = \mathbf{T}_r \cdot [s\psi_n s\theta_n, -c\psi_n s\theta_n, c\theta_n]^T$ 。

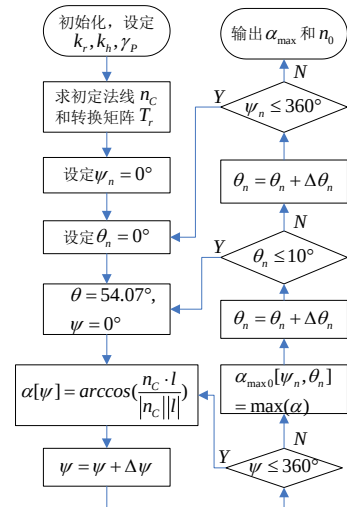


图 4 最优法线搜索流程图

流程图中的增量 $\Delta\psi, \Delta\psi_n, \Delta\theta_n$ 的取值会影响最优法线和相应最大转角的精度。理论上, 增量取值越小越好, 但取得太小, 会增加不必要的运算量, 浪费时间。这里取 $\Delta\psi = 1^\circ, \Delta\psi_n = 1^\circ, \Delta\theta_n = 0.05^\circ$ 。

3 最大转角与位姿参数的关系

转台动平台只有转动运动, 工作空间包括进动角 ψ , 章动角 θ , 初始角 γ_P 。进动角 ψ 的变化范围是 $0 \sim 360^\circ$ 全空间。这里只分析章动角 θ , 初始角 γ_P 与球铰链最大转角 $\alpha_{\max}$ 的关系。在前面球铰链法线的优化设

计中，与最优球铰链法线 n_0 对应的最大转角 $\alpha_{\max}$ 是最优的最大转角。下面进行的分析都是基于 n_0 和 $\alpha_{\max}$ 展开的。

3.1 与章动角 θ 的关系

球铰链的最大转角 $\alpha_{\max}$ 在章动角 θ 取最大值时取得。所以计算给定运动空间下球铰的最大转角 $\alpha_{\max}$ ，只要令章动角 θ 取最大值，进动角 ψ 从 $0\sim 360^\circ$ 变化，即可搜索出来。

参数 $[k_r, k_h, \gamma_p]$ 取不同值 $[0.5, 3, 20^\circ]$ ， $[0.75, 2, 30^\circ]$ ， $[0.75, 3, 40^\circ]$ ， $[0.75, 4, 50^\circ]$ ， $[1, 3, 60^\circ]$ 时，计算不同的最大章动角 $\theta_{\max}$ 对应的最优 $\alpha_{\max}$ ，并做出两者之间的关系曲线（图5）。

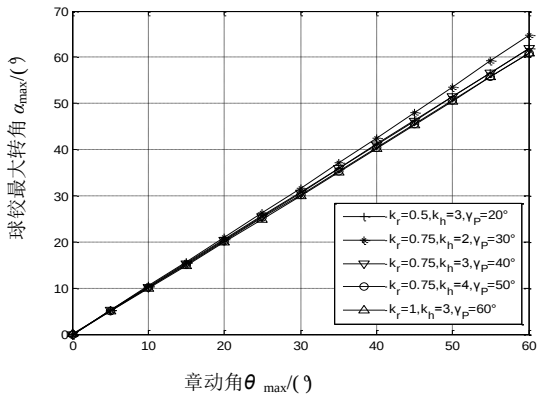


图5 最大转角随章动角的变化曲线

由图5看出，球铰链的最大夹角与章动角成正比关系。章动角 $\theta_{\max}=54.07^\circ$ 时，球铰链的最大夹角在 $55\sim 60^\circ$ 之间。

3.2 与初始角 γ_p 的关系

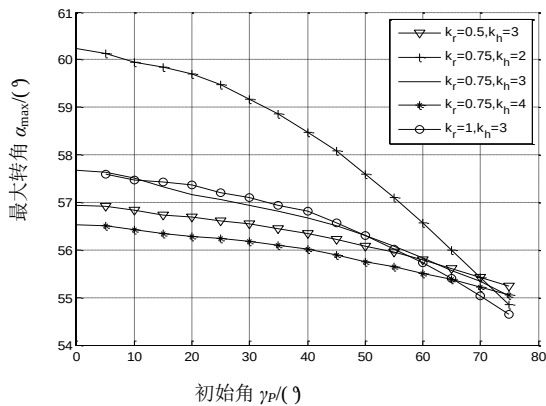


图6 最大转角随初始角的变化曲线

分别作出 $[k_r, k_h]$ 取不同值 $[0.5, 3]$ ， $[0.75, 2]$ ， $[0.75, 3]$ ， $[0.75, 4]$ ， $[1, 3]$ 时，球铰最大转角 $\alpha_{\max}$ 与初始角 γ_p 的关系曲线，见图6。

在图6中可以看到：铰链的最大转角 $\alpha_{\max}$ 随着初始角度 γ_p 的增大而减小。理论上， γ_p 取得越大，越有利于减小铰链的 $\alpha_{\max}$ 。

4 最大转角与结构参数的关系

在前面的分析中，球铰最大转角 $\alpha_{\max}$ 越小越好。转台的结构参数 r, R 和 h 都影响转台的最大夹角。所以对转台的结构参数基于减小最大转角进行优化设计，就显得尤为重要。

在3.2节的分析中，得知： γ_p 取值越大，越有利于减小铰链的 $\alpha_{\max}$ 。但考虑到初始角 γ_p 越大，支链受力性能越不好，也容易造成杆间产生干涉。最终选定初始角度 $\gamma_p=45^\circ$ 。

在2.3节中，通过无量纲化将转台的三个结构参数 r, R, h 减小到两个 k_r, k_h 。作最大转角与 k_r, k_h 的关系图（图7）。

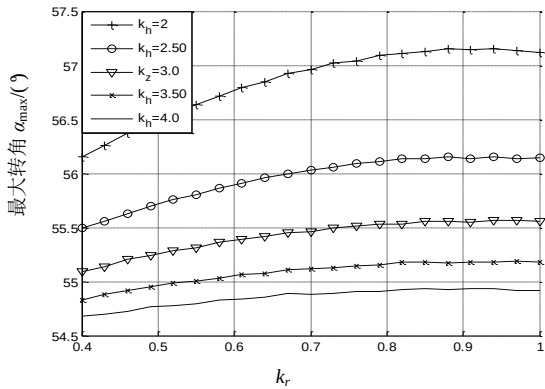


图7 最大转角与结构参数的关系图

从图7中可以看出，最大转角 $\alpha_{\max}$ 随着 k_r 的减小而减小，随着 k_h 的增大而减小。

5 参数优化与运动空间的验证

5.1 转台参数的优化设计

转台的参数包括结构参数 r, R, h ，初始角度 γ_p ，和球铰链法线。初始角度在前面已经选定为 $\gamma_p=45^\circ$ 。

5.1.1 转台结构参数的设计

由图7，选定 $k_r=0.55$ ， $k_h=3.75$ 。考虑球铰链的尺寸，动平台半径取 $r=100\text{mm}$ ，则静平台半径 $R=r/k_r=200\text{mm}$ ，动平台高度 $h=k_h R=750\text{mm}$ 。

5.1.2 球铰链的法线

5.1.1 的计算中，定转台的结构参数和初始角度：

$r=100\text{mm}$, $R=200\text{mm}$, $h=750\text{mm}$, $\gamma_p=45^\circ$ 。球铰链最优法线的方向用 2.3 节中方法进行搜索。

搜索得球铰 1 的最优铰链法线向量为 $[0.0976, -0.1880, -0.9773]$ (相对于动系的坐标值)。转化为球坐标: $\psi_s=297.4^\circ$, $\theta_s=167.8^\circ$ (图 8)。铰链 2、3 和铰链 1 关于动系的 Z_P 轴呈轴对称。

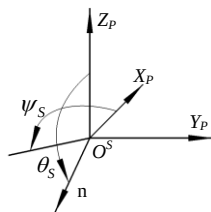


图 8 球铰法线在球坐标中表示

5.1.3 球铰链结构参数的设计

球铰链的具体结构形式见图 1。图中: d 是球头杆的直径, R 是球头的半径, h 是球窝盖的厚度。 θ 是球铰链的最大偏转角。图 1 中, $\theta=90^\circ-\theta_1-\theta_2$, 其中:

$$\theta_1 = \sin^{-1} \frac{h}{R}, \theta_2 = \sin^{-1} \frac{d}{2R}.$$

取 $d=12$, $R=25$, $h=9$, 计算得 $\theta \approx 55^\circ$, 符合要求。

5.2 铰链夹角的验证

在 5.1.2 节中得铰链 1 的法线方向: $[0.0976, -0.1880, -0.9773]$ 。铰链 2、3 和铰链 1 关于动系的 Z_P 轴呈轴对称。

确定铰链的法线方向后, 对其进行验证。取 $r=100\text{mm}$, $R=200\text{mm}$, $h=750\text{mm}$, $\gamma_p=45^\circ$, $\theta=54.07^\circ$ 铰链法线方向 $[0.0976, -0.1880, -0.9773]$, 作铰链夹角随进动角 $\psi_n \in [0^\circ, 360^\circ]$ 的变化曲线 (图 9)。

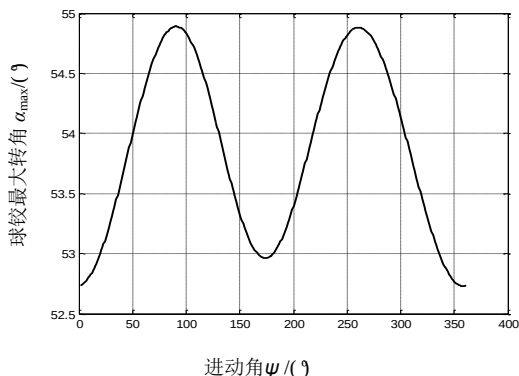


图 9 球铰转角随进动角的变化曲线

从图 9 可以看出, 铰链转角分布的比较均匀, 在

54 附近, 最大夹角为 $54.89^\circ \sim 55^\circ$ (设计的球铰链的最大夹角)。球铰链法线方向和结构参数的设计都符合要求。

5.3 运动空间的验证

验证当球铰链实现最大转角 $\alpha_{\max}=55^\circ$ 时, 在各个进动角方向, 章动角可以达到的最大角度, 见图 10。

图 10 中横坐标是进动角 ψ , 纵坐标为章动角 θ 。 $\theta=54.07^\circ$ 包含在最大空间的范围内, 可以实现指定的工作空间。设计的球铰链法线方向和最大转角符合设计要求。

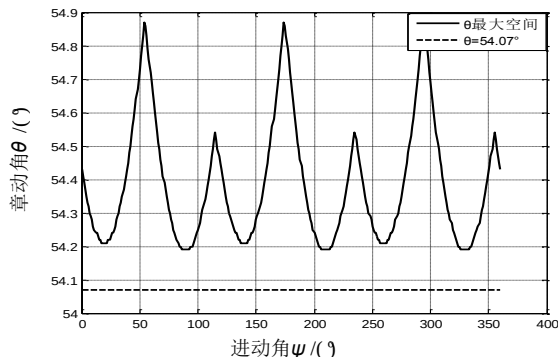


图 10 3UPS/S 的工作空间

6 结束语

以上对 3-UPS/S 转台进行了的基于减小球铰链的最大转角的结构参数和初始角度的优化设计。

- 建立了并联转台球铰链的无量纲化数学模型。
- 用二维搜索法在传统的球铰链座法线处, 搜索出了最优球铰链法线。
- 得出了转台参数对球铰最大转角的影响: 章动角大小对球铰链的偏转角影响最大, 球铰链的最大转角 $\alpha_{\max}$ 近似于最大章动角成正比例关系, 可以直接根据章动角的大小来选择球铰链形式。

d. 3-UPS/S 转台球铰链的最大夹角 $\alpha_{\max}$ 随着初始角度 γ_p 取值的增大而减小, 随着 k_r 取值的减小而减小, 随着 k_h 取值的增大而减小 ($k_r=r/R$, $k_h=h/R$)。

e. 文中完成了 3-UPS/S 转台的参数优化设计, 并对运动空间进行了验证。为并联转台样机的设计和制造加工提供了依据。

参考文献

- 高金莲, 韩英强, 等. 并联机器人球铰链的仿真设计[J]. 机械设计, 2007, 24(2)

(下转第 38 页)

