

● 设计·工艺

卷尺弹簧临界弯矩参数敏感性分析

赵志芳^{1*} 周宇² 陈楠¹ 冯靖凯³ 闫紫光¹

(1. 北京科技职业大学航空工程学院, 北京 100176; 2. 东方航空技术有限公司北京分公司, 北京 102600;
3. 北京遥感设备研究所, 北京 100854)

摘要: 卷尺薄壳模型由4个参数确定, 分别为曲率半径 R 、圆心角 θ 、截面厚度 t 、卷尺跨度 l , 满足薄壳理论, 可得到稳态弯矩的理论公式。而临界弯矩的理论公式不易建立, 为此基于有限元方法计算临界弯矩。为了进一步分析4个参数对卷尺薄壳弯曲临界弯矩的影响大小, 采用正交试验设计对敏感性进行分析, 根据方差分析和极差分析结果, 确定主导影响因素, 为工程应用提供理论支持。

关键词: 卷尺薄壳; 临界弯矩; 建模插件; 正交试验; 敏感性分析

中图分类号: V414 **文献标识码:** A

Parameters Sensitivity Analysis of Tape Spring Critical Moment

Zhao Zhifang^{1*} Zhou Yu² Chen Nan¹ Feng Jingkai³ Yan Ziguang¹

(1. School of Aeronautical Engineering, Beijing Polytechnic University, Beijing 100176;
2. Beijing Branch, China Eastern Aviation Technology Co., Ltd., Beijing 102600;
3. Beijing Institute of Remote Sensing Equipment, Beijing 100854)

Abstract: The thin shell model of tape spring is determined by four parameters, namely, curvature radius R , center angle θ , section thickness t , tape span l , which satisfies the thin shell theory, and the theoretical formula of steady bending moment can be obtained. However, the theoretical formula of the critical bending moment is not easy to be established, so the critical bending moment is calculated based on the finite element method. Furthermore, in order to analyze the influence of four parameters on the critical bending moment of tape thin shell, the sensitivity is analyzed by orthogonal experimental design, and the main influencing factors are determined according to the results of variance analysis and range analysis, which provides theoretical support for engineering application.

Key words: tape spring; critical moment; modelling plug-in; orthogonal test; sensitivity analysis

1 引言

随着航天探索技术的发展, 航天器结构要求向低质量、小体积、低成本、高强度、稳定性好的方向发展。为了可靠地展开结构构件, 需要一种稳健的展开机制, 可伸展柔性臂是航天可折展机构中的重要应用。柔性臂采用的材料为卷尺弹簧的圆柱薄壳。卷尺

薄壳在收拢状态时, 截面弧面被压平, 发生弹性变形, 储存弹性势能; 在展开过程中, 弹性势能释放, 变形恢复, 截面形状保持弧形。

很多研究给出了稳态弯矩计算公式。宣基灿等^[1]推导了单根卷尺弹簧稳态弯矩的理论计算公式, 在此基础上, 采用有限元方法研究了卷尺弹簧组成的组合铰链的正向和反向弯曲性能。魏玉卿等^[2]利用理论公

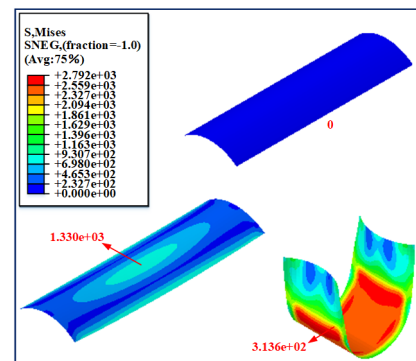
式和有限元法计算了单根弹簧的稳态弯矩，并分析了不同参数对弹簧稳态弯矩的影响。冯靖凯等^[3]设计了 1 种采用双层开口式卷尺弹簧作为柔性臂的钻探取样器，采用有限元法对柔性臂参数和一阶临界弯矩进行分析，并给出了一阶临界弯矩估计公式^[3-4]。Soykasap Ö^[5]采用解析和非线性有限元方法研究了 4 种不同带式弹簧铰链的二维和三维弯曲性能，并通过实验验证了所得结果的准确性。Guinot F 等^[6]提出了变截面卷尺弹簧的建模方法，采用有限元软件 COMSOL 分析了双稳态带式弹簧卷尺的弯曲和展开性能。研究人员针对月壤取样器展开了一系列研究，采用卷尺弹簧作为取样器的取样臂，通过理论、模拟和试验方法对取样臂的正反向弯曲性能进行了分析^[7-9]。Yao Yao 和 Ning Xin^[10]开发了名为 E-Skin 的柔性传感器，基于该传感器对卷尺薄壳的折叠和展开过程中的状态进行监测，并利用有限元软件分析了卷尺薄壳的弯曲性能。Yang Yang 等^[11]将蜂窝柱结构等效为正交各向异性的圆柱薄壳结构，推导了反向弯矩的精确表达式，并通过有限元方法模拟了薄壳折叠过程中弯矩随曲率变化的特性。Liu Tianwei 等^[12]采用应变能耦合分析模型与最小能量原理，针对卷尺薄壳折叠行为预测精度不足的问题展开研究，提出拉伸与弯曲应变能的新模型，实验验证其预测误差仅为 10%，显著优于经典模型。Chen Hui 等^[13]基于应变能分布模型分析双稳态铰链折叠过程，揭示临界长度与稳定折叠角等边界参数，确立柔性结构稳态转变机制，为航天铰链设计提供理论依据。He Gengzhi 等^[14]研究了双向卷尺薄壳的弯曲特性，并利用其稳态特性设计了卷尺薄壳机械手。Thaker M 等^[15]系统综述卷尺薄壳在空间可展开结构中的应用，对折叠动力学、粘弹性效应等进行了归纳。

综上所述，大多数研究均针对圆柱薄壳的稳态弯矩进行了理论分析和计算。然而，在弯曲过程中，一旦圆柱薄壳所受弯矩超过临界值，就会失稳，发生大变形。因此，临界弯矩是反映物体抵抗失稳能力的重要指标。由于圆柱薄壳发生大变形，不同方向上的曲率改变情况无法直接得出，因此，薄壳在从小变形转变为大变形时的临界弯矩无法通过直接的理论公式计算。很多研究给出了临界弯矩的估计公式，并不能直观和准确反映圆柱薄壳参数对于临界弯矩的敏感性。而有限元法可以模拟整个弯曲过程，为准确获取临界弯矩值和参数敏感性分析提供了可能。

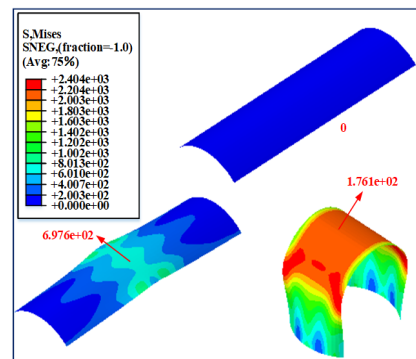
本文讨论了卷尺薄壳的正向和反向弯曲性能，它

们可用于折叠和展开航天器上的结构元件。卷尺薄壳模型的力学特性由 4 个参数决定：曲率半径 R 、圆心角 θ 、截面厚度 t 和跨度 l 。在薄壳理论框架下，其稳态弯矩可通过诺沃日洛夫公式直接计算。然而，临界弯矩的理论建模存在困难，难以建立精确的解析公式。因此，本研究采用有限元方法，以数值计算的方式求解模型的临界弯矩。首先，基于有限元方法对卷尺薄壳的临界弯矩进行了计算；然后，开发了卷尺薄壳建模插件，可以便捷地计算不同参数下的卷尺薄壳模型的临界弯矩；最后，采用正交试验设计，分析了不同参数对卷尺薄壳正向弯曲和反向弯曲临界弯矩的敏感性。

2 卷尺薄壳临界弯矩计算



a 反向弯曲初始、临界弯曲和稳定弯曲状态



b 正向弯曲初始、临界弯曲和稳定弯曲状态

图 1 卷尺弯曲分析结果

在 ABAQUS 中建立卷尺模型，部件类型为 3D 可变形壳体，该模型可设置包含曲率半径 R 、圆心角 θ 和卷尺跨度 l 等 3 个参数，截面厚度 t 在材料属性模块的截面属性中指定。卷尺薄壳的单元类型为 S4R5，反向弯曲分析时，左右两端 UR1 分别加载 $-\pi/2$ 和 $\pi/2$ ；正向弯曲分析时，左右两端 UR1 分别加载 $\pi/2$

和 $-\pi/2$ 。分别进行正、反向弯曲分析，并在后处理中提取中间对称位置处的弯矩，结果如图 1 所示。其中，图 1a 和图 1b 分别为卷尺薄壳反、正向弯曲的初始状态（弯矩值为 $0 \text{ N}\cdot\text{mm}$ ）、临界弯曲状态和稳定弯曲状态。

由图 1a 可以看出，反向弯曲临界弯矩值为 $1\,330 \text{ N}\cdot\text{mm}$ 、稳态弯矩值为 $313.6 \text{ N}\cdot\text{mm}$ ；由图 1b 可以看出，正向弯曲临界弯矩值为 $697.6 \text{ N}\cdot\text{mm}$ 、稳态弯矩值为 $176.1 \text{ N}\cdot\text{mm}$ 。由此可知，卷尺弹簧的圆柱薄壳反向弯曲所需弯矩较大，几乎为正向弯曲所需弯矩的 2 倍，卷尺薄壳表现为正向容易失稳的趋势。

3 卷尺薄壳建模插件开发

为了提高前处理中卷尺薄壳的建模效率，使用 ABAQUS 软件提供的 Really Simple GUI Dialog Builder，开发了卷尺薄壳建模插件。插件分为参数区 Parameter 和图示区 Diagram（如图 2 所示），参数区用来键入部件名 Name（缺省值：ZZF）；曲率半径 Radius，mm（缺省值：14）；圆心角 θ ， $(^\circ)$ （缺省值：80）；截面厚度 t ，mm（缺省值：0.2）；卷尺跨度 l ，mm（缺省值：60）。图示区为模型和对应参数示意。其中， R 表示 Radius， θ 表示 θ ， t 和 l 与参数表示一致。插件作为前端界面与用户交互，建模实现依赖于 Python 编写的底层核心函数 BeijingPolytechnic()。

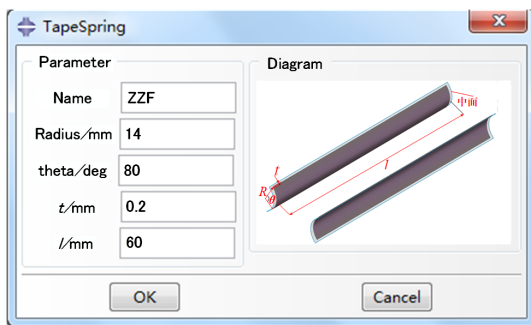
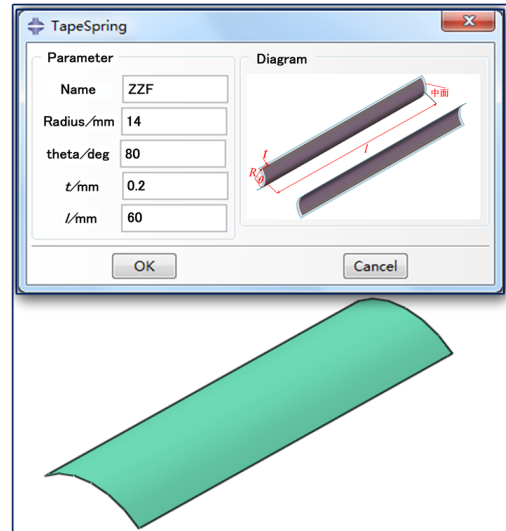


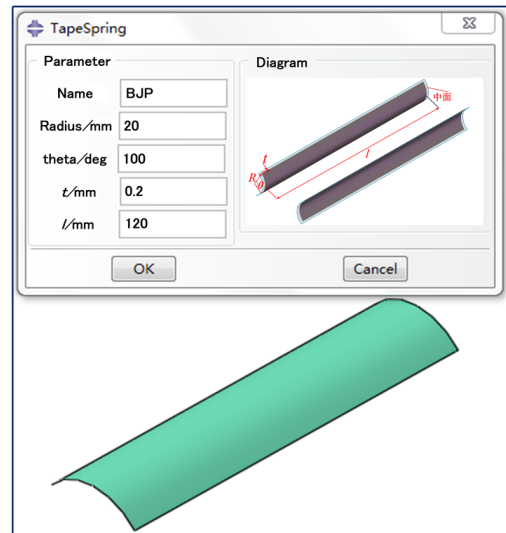
图 2 卷尺薄壳建模插件

插件参数区中，键入的参数值作为实参，分别对应传递给函数 BeijingPolytechnic(partName, Para_Radius, Para_theta, Para_t, Para_l) 中的形参。缺省参数 {ZZF, 14, 80, 0.2, 60} 和键入参数 {BJP, 20, 100, 0.2, 120} 生成的部件分别如图 3a 和图 3b 所示。在软件操作界面中，使用坐标查询生成模型端面左、右 2 个端点和中点坐标值，通过这 3 点计算出圆弧所对应的半径和圆

心角分别是 20 mm 和 100° ；查看截面属性，其截面厚度值为 0.2 mm；使用距离测量操作测量圆柱薄壳两端面之间的距离为 120 mm。部件属性查询结果与键入参数一致，验证了建模方法的有效性、准确性和可靠性，为后续参数影响分析提供了便捷的方法。



a 缺省值模型



b 键入值模型

图 3 卷尺薄壳建模插件生成的部件

4 临界弯矩敏感性分析

影响卷尺临界弯矩的因素众多，如曲率半径 R 、圆心角 θ 、截面厚度 t 和卷尺跨度 l 等。定量分析卷尺的临界弯矩对哪个参数最为敏感是十分必要的，由此，采用正交试验设计，对影响卷尺正、反向弯曲临界弯矩的因素进行敏感性分析。

4.1 正交试验设计

表 1 $L_{16}(4^4)$ 正交试验水平数设置

R/mm		$\theta(^{\circ})$		t/mm		l/mm	
R_1	14	θ_1	80	t_1	0.2	l_1	60
R_2	16	θ_2	90	t_2	0.3	l_2	70
R_3	18	θ_3	100	t_3	0.4	l_3	80
R_4	20	θ_4	110	t_4	0.5	l_4	90

表 2 正交设计表 $L_{16}(4^4)$

编号	R	θ	t	l	$M_{c+}/(N\cdot mm)$	$M_{c-}/(N\cdot mm)$
1	R_1	θ_1	t_1	l_1	697.6	1 330
2	R_1	θ_2	t_2	l_2	2 259.0	4 027
3	R_1	θ_3	t_3	l_3	6 268.0	9 554
4	R_1	θ_4	t_4	l_4	11 580.0	19 280
5	R_2	θ_1	t_2	l_3	2 311.0	3 013
6	R_2	θ_2	t_1	l_4	1 001.0	2 142
7	R_2	θ_3	t_4	l_1	9 920.0	22 110
8	R_2	θ_4	t_3	l_2	7 399.0	20 800
9	R_3	θ_1	t_3	l_4	3 883.0	5 888
10	R_3	θ_2	t_4	l_3	8 504.0	14 320
11	R_3	θ_3	t_1	l_2	1 414.0	6 026
12	R_3	θ_4	t_2	l_1	4 332.0	20 380
13	R_4	θ_1	t_4	l_2	6 890.0	11 530
14	R_4	θ_2	t_3	l_1	5 332.0	15 710
15	R_4	θ_3	t_2	l_4	3 721.0	11 220
16	R_4	θ_4	t_1	l_3	2 274.0	10 660

考虑卷尺的曲率半径 R 、圆心角 θ 、截面厚度 t 和卷尺跨度 l 等 4 个影响因素，每个影响因素的水平数为 4，则正交设计的数量为 16 个。设曲率半径的水平数 R_1 到 R_4 分别代表曲率半径为 14 mm、16 mm、18 mm 和 20 mm；圆心角的水平数 θ_1 到 θ_4 分别代表圆心角为 80° 、 90° 、 100° 和 110° ；截面厚度的水平数 t_1 到 t_4 分别代表截面厚度为 0.2 mm、0.3 mm、0.4 mm 和 0.5 mm；卷尺跨度的水平数 l_1 到 l_4 分别代表卷尺跨度为 60 mm、70 mm、80 mm 和 90 mm。各影响因素水平数的设置如表 1 所示，各水平样本值增加的百分比相同，因此可以在一定程度上消除样本值的影响。根据表 1 中的参数设计正交试验表 $L_{16}(4^4)$ ，如表 2 所示，选取正、反向临界弯矩值 M_{c+} 、 M_{c-} 作为正交试验设计的响应。

4.2 正向弯曲临界弯矩敏感性分析

根据表 2 中 $L_{16}(4^4)$ 数组的正交试验设计，采用极差分析方法和方差分析方法对卷尺正向弯曲临界弯矩的各影响因素进行敏感性分析。不同水平下的卷尺正

向弯曲临界弯矩的极差值变化见表 3，由此可以判别不同影响因素的敏感度。

表 3 不同水平下的正向临界弯矩极差值

水平	R/mm	$\theta(^{\circ})$	t/mm	l/mm
m_{1j}	$5.201 2 \times 10^3$	$3.445 4 \times 10^3$	$1.346 7 \times 10^3$	$5.070 4 \times 10^3$
m_{2j}	$5.157 8 \times 10^3$	$4.274 0 \times 10^3$	$3.155 8 \times 10^3$	$4.490 5 \times 10^3$
m_{3j}	$4.533 3 \times 10^3$	$5.330 8 \times 10^3$	$5.720 5 \times 10^3$	$4.839 3 \times 10^3$
m_{4j}	$4.554 3 \times 10^3$	$6.396 3 \times 10^3$	$9.223 5 \times 10^3$	$5.046 3 \times 10^3$

注： m_{1j} 、 m_{2j} 、 m_{3j} 、 m_{4j} 分别为 j 因素在 1、2、3、4 水平下的临界弯矩变幅。

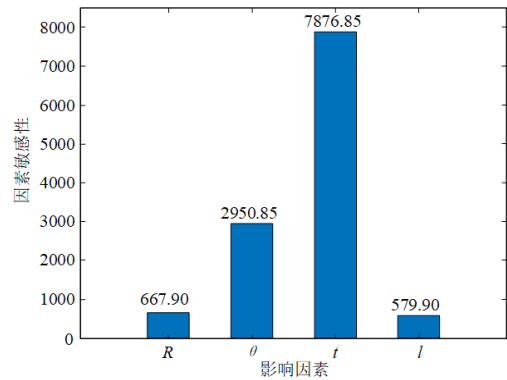


图 4 正向弯曲临界弯矩敏感性极差分析

基于极差分析的正向临界弯矩敏感性结果如图 4 所示。从图中可以看到，对正向临界弯矩影响最大的因素是薄壳截面厚度 t ，敏感度排序如下（按降序排列）：截面厚度 t （7 876.85 mm）、圆心角 θ （2 950.85）、曲率半径 R （667.90 mm）和卷尺跨度 l （579.90 mm）。

表 4 正向弯曲临界弯矩影响因子敏感性的显著水平方差

影响因素	自由度	平方和	均方差	统计量 F_i
R/mm	3	$1.621 1 \times 10^6$	$5.403 7 \times 10^5$	1.497 8
$\theta(^{\circ})$	3	$1.970 5 \times 10^7$	$6.568 2 \times 10^6$	18.205 9
t/mm	3	$1.401 1 \times 10^8$	$4.670 5 \times 10^7$	129.457 7*
l/mm	3	$8.636 3 \times 10^5$	$2.878 8 \times 10^5$	0.797 9
S_{TM}	15	$1.623 0 \times 10^8$	—	—

注：*显著水平 $F_{0.065}(3, 1)=127.455 9$ 。

为了验证极差分析结果的正确性，采用方差分析方法研究了卷尺正向弯曲临界弯矩对不同影响因素的敏感性。影响因子敏感性的显著水平方差分析结果列于表 4。其中， S_{TM} 为卷尺正向弯曲临界弯矩的总偏差平方和。

通过对比图 4 和表 4 中所示的结果可知，极差分析和方差分析的结果一致。这表明，薄壳截面厚度 t 是影响本文所研究卷尺薄壳的正向弯曲临界弯矩的最主要因素，应首先通过调节薄壳截面厚度来改变卷尺的正向弯曲临界弯矩。对于其他影响因素，可以适当扩大它们的偏差容差。

4.3 反向弯曲临界弯矩敏感性分析

根据表 2 中 $L_{16}(4^4)$ 数组的正交试验设计，采用极差分析方法和方差分析方法对卷尺反向弯曲临界弯矩的各影响因素进行敏感性分析。不同水平下的卷尺反向弯曲临界弯矩的极差值变化见表 5，由此可以判别不同影响因素的敏感度。

表 5 不同水平下的反向临界弯矩极差值

水平	R/mm	$\theta/(\text{°})$	t/mm	l/mm
m_{1j}	8.5478×10^3	5.4403×10^3	5.0395×10^3	1.4883×10^4
m_{2j}	1.2016×10^4	9.0498×10^3	9.6600×10^3	1.0596×10^4
m_{3j}	1.1654×10^4	1.2228×10^4	1.2988×10^4	9.3868×10^3
m_{4j}	1.2280×10^4	1.7780×10^4	1.6810×10^4	9.6325×10^3

注： m_{1j} 、 m_{2j} 、 m_{3j} 、 m_{4j} 分别为 j 因素在 1、2、3、4 水平下的临界弯矩变幅。

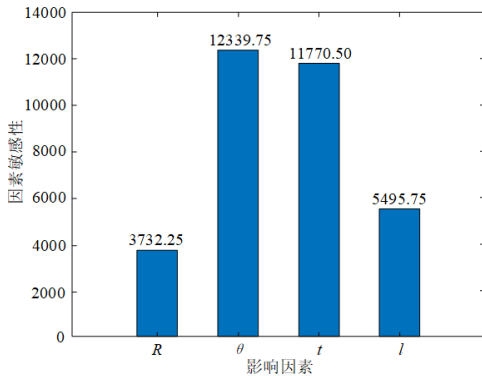


图 5 反向弯曲临界弯矩敏感性极差分析

基于极差分析的反向临界弯矩敏感性结果如图 5 所示。从图中可以看到，对反向临界弯矩影响最大的因素是圆心角 θ ，敏感度排序如下（按降序排列）：圆心角 θ (12 339.75°)、截面厚度 t (11 770.50 mm)、卷尺跨度 l (5 495.75 mm) 和曲率半径 R (3 732.25 mm)。

为了验证极差分析结果的正确性，采用方差分析方法研究了卷尺正向弯曲临界弯矩对不同影响因素的敏感性。影响因子敏感性的显著水平方差分析结果列于表 6。其中， S_{TM} 为卷尺反向弯曲临界弯矩的总偏差平方和。

表 6 反向弯曲临界弯矩影响因子敏感性的显著水平方差

影响因素	自由度	平方和	均方差	统计量 F_i
R/mm	3	3.6200×10^7	1.2067×10^7	10.080 5
$\theta/(\text{°})$	3	3.2851×10^8	1.0950×10^8	91.480 4*
t/mm	3	2.9988×10^8	9.9959×10^7	83.507 2**
l/mm	3	7.8592×10^7	2.6197×10^7	21.885 5
S_{TM}	15	7.4318×10^8	—	—

注：*显著水平 $F_{0.075}(3, 1)=95.622 9$ ，**显著水平 $F_{0.08}(3, 1)=83.989 7$ 。

通过对比图 5 和表 6 中所示的结果可知，极差分析和方差分析的结果一致。这表明，圆心角 θ 是影响本文所研究卷尺薄壳的反向弯曲临界弯矩的最主要因素，应首先通过调节圆心角来改变卷尺的反向弯曲临界弯矩。对于其他影响因素，可以适当扩大它们的偏差容差。

5 结束语

本文通过有限元方法与正交试验设计，系统分析了卷尺薄壳的弯曲临界弯矩特性及其参数敏感性。在此基础上开发了专用建模插件，提升了分析效率。研究发现，截面厚度 t 和圆心角 θ 分别是正、反向弯曲临界弯矩的最敏感参数，为相关工程设计与应用提供了理论依据和实用工具。本文的主要结论如下：

a. 基于有限元方法计算了卷尺薄壳的正、反向弯曲临界弯矩。在 ABAQUS 中建立卷尺模型，指定其单元属性和材料属性，对卷尺薄壳进行正向弯曲和反向弯曲分析，并在后处理中提取中间对称位置处的弯矩，得到卷尺薄壳反向和正向弯曲的初始弯矩、临界弯矩和稳定弯矩。

b. 为了提高前处理中卷尺薄壳的建模效率，使用 ABAQUS 软件提供的 Really Simple GUI Dialog Builder，开发了卷尺薄壳建模插件。插件作为前端界面与用户交互，建模实现依赖于 Python 编写的底层核心函数 BeijingPolytechnic()。部件属性查询结果与键入参数一致，验证了建模方法的有效性、准确性和可靠性，为后续参数影响分析提供了便捷的方法。

c. 设计了正交试验，对影响卷尺正、反向弯曲临界弯矩的因素进行敏感性分析。通过极差分析和方差分析，确定了卷尺薄壳正、反向弯曲临界弯矩对 4 个卷尺参数的敏感度。对于本文模型参数，截面厚度 t

是正向弯曲临界弯矩最敏感的因素, 圆心角 θ 是反向弯曲临界弯矩最敏感的因素。

参 考 文 献

- [1] 宣基灿, 关富玲, 王俊. 空间可展结构卷尺弹簧纯弯曲过程中的屈服控制[J]. 空间结构, 2009, 15(4): 81-85.
- [2] 魏玉卿, 尚仰宏. 空间铰链用卷尺弹簧弯曲过程的有限元分析[J]. 电子机械工程, 2011, 27(1): 29-32.
- [3] 冯靖凯, 刘金国, 张飞宇. 仿树蜂三瓣式采样器研究[J]. 机械设计与制造, 2018(S1): 147-149+153.
- [4] 冯靖凯. 用于星球探测的仿生采样器研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2018.
- [5] Soykasap Ö. Analysis of tape spring hinges[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2006, 49(7): 853-860.
- [6] Guinot F, Bourgeois S, Cochelin B, et al. A planar rod model with flexible thin-walled cross-sections application to the folding of tape springs[J]. International Journal of Solids and Structures, 2012, 49(1): 73-86.
- [7] Lu Wei, Ling Yun, Song Aiguo, et al. Measuring tape-like sampling arm and drill for sampling lunar regolith[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013, 10(5): 1-9.
- [8] 卢伟, 凌云, 宋爱国, 等. 柔性月壤取样器振动频率的窄带扫频模糊自适应控制[J]. 南京农业大学学报, 2013(4): 133-140.
- [9] 凌云, 宋爱国, 卢伟. 多自由度双柔性杆月壤取样器[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2013, 43(4): 742-746.
- [10] Yao Yao, Ning Xin. Soft electronic skin for self-deployable tape-spring hinges[J]. Communications Engineering, 2024, 3(16): 1-9.
- [11] Yang Yang, Wang Fan, Liu Jieshan. Application of honeycomb structures in key components of space deployable structures[J]. Advances in Materials Science and Engineering, 2022, 2022(1): 1-12.
- [12] Liu Tianwei, Bai Jiangbo, Fantuzzi N. New insights into folding tape-spring[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2024, 37(8): 460-469.
- [13] Chen Hui, Wang Bing, Lin Xuelin, et al. Folding mechanics of a bistable composite tape-spring for flexible mechanical hinge[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 272(1): 109188-109200.
- [14] He Gengzhi, Sparks C, Gravish N. Grasping and rolling in-plane manipulation using deployable tape spring appendages[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2024, 9(1): 432-439.
- [15] Thaker M, Joshi S J, Aroar H, et al. Tape spring for deployable space structures: A review[J]. Thin-walled Structures, 2024, 73(10): 5188-5219.